**Examen 1er parcial**

**Series de Tiempo**

**Alumnos:**

* **De Luna Ocampo Yanina**
* **García Rodríguez Diana Itzel**
* **Medina Barreras Daniel Iván**
* **Ramírez Méndez Kevin**
* **Sainz Takata Juan Pablo Minoru**
* **Vázquez Portugués José Antonio**

**Pregunta 1**

Dado el modelo de caminata aleatoria con drift

Donde y la condición inicial, es decir, una constante fija.

1. Escriba el valor de en términos de
2. Reescriba la generalización del punto anterior en forma de la ecuación general de la recta *Ax* + *By* + *C* = 0 e indique de manera explícita los valores de *A*, *B* y *C*.

**R:**

**1**

Partimos de que tenemos esto:

,

Por lo que usamos sustitución para atrás

**R:**

2

**Pregunta 2**

De manera general podemos expresar una serie de tiempo en términos de su distribución de probabilidad conjunta

Donde las distribuciones marginales pueden expresarse como

Realice una gráfica de una serie de tiempo cualquiera e indique en ella en dónde se pueden observar estas definiciones.

Imagen que contiene Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente

Ponemos como ejemplo el ruido blanco

Sabemos que el ruido blanco esta dodo por

Esta grafica la podemos entender como una colección de variables aleatorias en un tiempo t

Cada uno de esos puntos los definimos como t siendo un punto en el tiempo, y xt como el valor que toma una variable en un tiempo dado

**Pregunta 3**

Demuestre que la función, definida por: es una distribución de probabilidad.

Tenemos que:

Entonces

Tenemos:

=>

Observamos que se hace 1 y en la segunda se hace 1 ambas, y por lo que resulta el 1 que esperamos.

Obteniendo como resultado final:

**Pregunta 4**

A partir de la definición de la distribución gaussiana, X tiene una función de densidad de probabilidad:

De la definición del valor esperado de una variable aleatoria continua:

Así que:

**Pregunta 5**

Calcule el valor esperado de la variable aleatoria dada definida por Si la distribución de probabilidad de es y

Solución

Lo primero que hacemos es obtener la integral para ver si es una distribución de probabilidad para saber si puedo sacar el valor esperado.

Como dentro de la gráfica del seno, queda dentro de la parte positiva, podemos quitarlo de forma inmediata por lo que queda:

Obtenemos:

= ¼

Como obtenemos como respuesta y el esperado es 1, entonces no es considerada distribución de probabilidad, por consiguiente, no podemos obtener el valor esperado.

Solución

Lo primero que hacemos es obtener la integral para ver si es una distribución de probabilidad para saber si puedo sacar el valor esperado.

Como dentro de la gráfica del seno, queda dentro de la parte positiva, podemos quitarlo de forma inmediata por lo que queda:

Obtenemos:

=

Como obtenemos como respuesta y el esperado es 1, entonces no es considerada distribución de probabilidad, por consiguiente, no podemos obtener el valor esperado.

Solución

Lo primero que hacemos es obtener la integral para ver si es una distribución de probabilidad para saber si puedo sacar el valor esperado.

Como dentro de la gráfica del seno, no queda dentro de la parte positiva, así que no podemos quitarlo de forma inmediata como las anteriores, por lo que queda:

Obtenemos:

Como obtenemos 1 como respuesta y el esperado es 1, entonces es considerada distribución de probabilidad, por consiguiente, podemos obtener el valor esperado y lo obtenemos de la siguiente manera:

Obteniendo como resultado:

**Pregunta 6**

Calcule la auto covarianza γ(s, t) del modelo de medias móviles dado por donde .

Cuando s = t, tenemos:

Cuando s = t + 1

**Pregunta 7**

Calcule la auto covarianza γ(s, t) del modelo de la caminata aleatoria con drift dada por

Donde

Suponiendo

**Pregunta 8**

Calcule la autocovarianza γ(s,t) del modelo de medias móviles dado por xt=Acos(2πωt+φ) +mt donde mt∼N(0,σ2w).

Primero calcularemos la media de xt

E[Acos(2πωt+φ) +mt] = E[Acos(2πωt+φ)] + E[mt]

Ya que el valor esperado de un coseno con todas sus variables definidas es el mismo coseno podemos

E[Acos(2πωt+φ)] + E[mt] = Acos(2πωt+φ) + E[mt] = Acos(2πωt+φ)

Ahora calculando la covarianza como sabemos que el valor esperado de xt es la parte del coseno sin el ruido.

γ(s,t) = E[(xs - µs)(xt - µt)] = E[(Acos(2πωs+φ) +ms - µs)(Acos(2πωt+φ) +mt - µt)]

= E[(Acos(2πωs+φ) +ms - Acos(2πωs+φ)) (Acos(2πωt+φ) +mt - Acos(2πωt+φ))]

= E[msmt] = 0

**Pregunta 9**

Demuestre que la correlación cruzada dada por ρxy(s,t) = está acotada por −1≤ρxy(s,t)≤1.

Ya que |γxy(s,t)|2≤γx(s,s)γy(t,t)], consecuentemente pasa

Por lo que, obtenemos

Llegamos a la desigualdad

Y concluimos

−1 ≤ ρxy(s,t) ≤ 1

**Pregunta 10**

Dado el modelo xt=(wt−1+wt). Compruebe si cumple las tres propiedades necesarias para ser considerado estacionario (en sentido amplio), es decir, compruebe si cumple:

1.La media (el valor esperado) es una constante que no depende del tiempo.

Como Wt ∼ N(0, σ2w), entonces

xt=(wt−1+wt)

E[Xt] = E[wt-1 + wt] = (E[wt] + E[wt-1]) = 0

Media constante y no dependiente del tiempo

2.La función de autocovarianza γ(s,t) dependerá en s y t únicamente por su diferencia |s−t|.

Sea |s-t| = h

γ(s,t) = cov(Xs, Xt) = E[(xs - µs)(xt - µt)] = E[(xh - µh)(x0 - µ0)]

(ws−1+ws) - µs) ((wt−1+wt) - µt)]

Como mencionamos antes la media de el modelo es 0 ya que es un promedio entre dos valores de ruido blanco cuales ambos tienen media 0, por lo tanto, ambas medias en t y s son 0.

(wt−1+wt)) ((wt−1+wt))] = E[(ws wt + ws wt-1 + ws-1 wt + ws-1 wt-1)] =

(E[ ws wt ] + E[ws wt-1 ] + E[ws-1 wt ] + E[ws-1 wt-1])

Ahora veamos el caso h = 1

(E[ ws ws-1 ] + E[ws ws-2 ] + E[ws-1 ws-1 ] + E[ws-1 ws-2])

De esto 3 valores se hacen 0 y queda

ws-12] =

Con el caso h = 0

(E[ ws ws ] + E[ws ws-1 ] + E[ws-1 ws ] + E[ws-1 ws-1]) = ws-12] ws2]) =

Y en el caso h > 1 tenemos, digamos 2

(E[ ws ws-2 ] + E[ws ws-3 ] + E[ws-1 ws-2 ] + E[ws-1 ws-3]) = 0

Por lo tanto, la autocovarianza solo depende de s y t únicamente por su diferencia y nos da

γ(s,t) = cuando |s-t| = 1, γ(s,t) = cuando s=t y γ(s,t) = 0 cuando |s-t| > 1

Entonces la función de autocovarianza no depende del tiempo.

3. La varianza debe ser finita para todo tiempo t.

Var(xt) = E[(xt - µ)2] = E[ = E[ + prod. cruzados] = +

Por ende, es finita

En caso de cumplirlas, calcule su función de autocorrelación y grafíquela.

Sea h = 0, entonces tenemos

Sea h = 1, entonces tenemos

Sea h > 1, entonces tenemos